



**«Краткое обоснование математической модели программы «Волна», принятые
допущения и ограничения»**

Исх. № 61 от 31 июля 2025 г.

Данная справка может быть полезна Пользователям программы Волна и Экспертам при экспертизе выполненных проектов «Размер максимального вреда, который может быть причинен жизни, здоровью физических лиц, окружающей среде, имуществу физических и юридических лиц при аварии гидротехнического сооружения» на основании параметров волны прорыва и характеристик зоны затопления в пойме реки.

Инструкция Пользователя имеет разделы, в которых приведены обоснования получаемых параметров волны прорыва, интерфейс программы постоянно добавляются интерактивной справочной информацией для правильного ввода исходных данных. Тем не менее, часто поступают обращения в обосновании принятых ограничений и допущения, принятых в программе.

В частности, эксперты при принятии документации обещают внимание на правомерность принятия данных по «Нулевому створу» - створа плотины ГТС, когда пьезометрическая составляющая (горизонт воды верхнего бьефа – ГВБ и горизонт воды нижнего бьефа - ГНБ) пользователи вводят не соответствующие действительным данным действующей плотины.

Авторами программы сознательно введено данное условие: $H_{б0}/H_p > 0,375$, где $H_{б0}$ - глубина реки в нижнем бьефе, H_p – глубина водохранилища на момент разрушения, чтобы обратить внимание разработчиков проектной документации на условия аварийного водослива, который переходит в режим гидравлического прыжка – поток, ударяясь о дно реки в нижнем бьефе в случае плотин большой высоты развивает высокую скорость до 20 м/с и более, происходит аэрация потока (движется не вода а водовоздушная смесь. При таких высоких скоростях при шероховатостях стенок русла реки (наличие бетонных выступов, естественных каменных преград), как правило, возникает кавитация потока, что в свою очередь порождает кавитационную эрозию ГТС.

Ширина русла реки в нижнем бьефе, как правило, больше ширины водосбросного фронта плотины (при аварии – прорана), волна прорыва приобретает пространственную картину – косые гидравлические скачки прыжки пространственного характера и при определённых условиях сбойностью потока, характеризуемая увеличением удельного расхода - q , по течению вдоль прямой или искривлённой «осевой линии» транзита падающего потока.

Эти обстоятельства (расширение русла и невыполнение условия $H_{б0}/H_p > 0,375$ для плотин большой высоты, аэрация потока) не представляют возможным с достаточной точностью описать теоретическими расчётами.

Поэтому авторы программы, опираясь на плечи гигантов гидравлики (Чугаев Р.Р., Бройд И.И., Алекин О.А., Барышников Н.Б., Владимиров А.М., Гончаров В.Н., Горошков И.Ф., Гришанин К.В., Евстигнеев В.М. Железняков Г.В., Караушев А.В., Клавен А.Б., Копалиани З.Д., Клибашев К.П., Горошков И.Ф., Роуч П., Спицын И.П., и др.), а также на личное участие в экспериментах, проводимых на кафедре №15 «Гидротехнических сооружений» Военно-инженерной академии (ВИА) им. В. В. Куйбышева на гидротесте, в разработке математической модели (далее ММ) программа «Волна» ввели ряд допущений и ограничений, которые позволили практически реализовать расчёт параметров зоны затопления в пойме реки при авариях на ГТС.

Обработка полученных данных в ходе проведённых экспериментов под руководством доцента кафедры В.Д. Ткачёва и математическое моделирование результатов осуществлялось в научно-исследовательской лаборатории №2 Центрального аппарата МЧС России при факультете №7 Гражданской обороны ВИА. При поиске решения сглаженности потока из тела прорана авторы использовали принцип максимального расхода (Беландже) в комплексе с проверкой критической глубины (принцип Б.А. Бахметова), которая соответствует минимуму удельной энергии в живом сечении.

В основе математической модели (ММ) лежит уравнение Даниила Бернулли, одного из 9-ти великих учёных этого семейства, который в 1738 году в своём фундаментальном труде «Гидродинамика» в вербальной форме описал закон для установившегося движения элементарной струи жидкости, где сумма трёх слагаемых **в точке на плоскости живого сечения**:

Z – геометрический перепад между горизонтами верхнего и нижнего бьефа $Z = \text{ГВБ} - \text{ГНБ}$;

ρ/γ – пьезометрическая высота соответствующая гидродинамическому давлению p в рассматриваемой точке, где ρ – плотность жидкости, $\text{м}^3/\text{кг}$, γ – удельный вес или иначе объёмный вес единицы объёма жидкости);

$u^2/2g$ – скоростной напор, физический смысл которого есть высота поднятого тела, с которой оно должно упасть без начальной скорости и приобрести скорость u

всегда постоянна.

Размерности всех трех слагаемых линейные:

$$Z = [L], \quad \frac{\rho}{\gamma} = \frac{[M^3]}{[L]} \div \frac{[M]}{[T^2 L^2]} = [L] \quad \text{или} \quad \frac{\rho}{\gamma} = \frac{[M^3]}{[L]} \div \frac{[F]}{[L^3]} = [L], \quad \left[\frac{u^2}{2g} \right] = \left[\frac{L^2}{t^2} \right] \div \left[\frac{L}{t^2} \right] = [L]$$

M, L, F, T – символы соответственно массы, длины, силы и времени.

Вывод размерностей очевиден из природы физических величин, где

А) плотность есть отношение массы к занимаемому объёму $\rho = \frac{M}{V} = \frac{[M^3]}{[L]} = \frac{[F]}{[L^3]}$, а масса есть произведение плотности на объём $M = \rho V$;

Б) удельный (иначе – объёмный) вес есть отношение веса к занимаемому объёму $\gamma = \frac{G}{V} = \frac{[F]}{[L^3]} = \frac{[M]}{[T^2 L^2]}$, а вес есть произведение массы на ускорение силы тяжести $G = gM = \gamma V = g\rho V$

Для понимания размерности этих величин приводим их для воды. Так при 4°C плотность воды составляет $\rho = 1000,0 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а объёмный (удельный) вес выражается двумя параметрами – через ускорение силы тяжести и массу, находящуюся в покое $\gamma = 9,80655 \frac{\text{кН}}{\text{м}^3} = 1000,0 \text{ кгс/м}^3$, что абсолютно равноценно.

Понимание закона Бернулли и природы входящих в него слагаемых крайне важно, является фундаментом всей Гидравлики, как науки о жидкости и законах её движения. В программе «Волна» авторы опираются на «интегральное» направление исследовательских функций, где в «безвекторной» «не дифференциальной» форме оперируют характеристиками потока (средней скоростью в плоском живом сечении, полной величиной расхода в этом сечении, которое соответствует фарватеру русла реки. Закон Даниила Бернулли связывает параметры состояния жидкого тела на интересующих двух участках потока так, что выполняется условия сохранения Массы (иначе для нашей задачи – Объёма), Энергии ((иначе для нашей задачи – Работы по перемещению жидкости в заданных объёмах) и Импульса (иначе для нашей задачи - Количества движения).

Так, работа сил гидродинамического давления (РСД), действующего на торцевые стенки интересующих участков потока волны прорыва (например - №0 (ГУ – плотина в сечении образовавшегося прорыва в нижнем бьефе – НБ) и №1 (Первого створа) в общем виде может быть записана

$$\text{РСД} = (p_0 \delta\omega_0) \delta s_0 - (p_1 \delta\omega_1) \delta s_1 = (p_0 - p_1) \delta V$$

где $\delta\omega_0$ и $\delta\omega_1$ площади живых сечений интересующих участков, δs_0 и δs_1 расстояние, на которые переместиться объём воды между этими живых сечениями за время δt со своими средними скоростями u_0 и u_1 будут определяться как $\delta s_0 = u_0 \delta t$ и $\delta s_1 = u_1 \delta t$;

δV – объём перемещаемой воды сохраняется и $\delta V = \delta\omega_0 \delta s_0 = \delta\omega_1 \delta s_1 = \delta Q \delta t$, что равносильно расходу жидкости δQ за время δt ($\delta V = \delta Q \delta t$). Объём δV может быть выражен через плотность массой (см. пояснение выше к размерностям слагаемых в уравнение Бернулли) перемещённой жидкости $\delta M = \rho \delta V = \frac{\gamma}{g} \delta V$.

Работа внешних сил давления окружающей жидкости на боковую поверхность перемещающего отсека с объёмом δV равна нулю, т.к. эти силы перпендикулярны перемещению этого отсека вдоль линии фарватера.

Работа внутренних сил давления (взаимодействия отдельных частиц жидкости между собой) также равна нулю, т.к. они перемещаются в заданном объёме и являются парными по отношению к силе гидродинамического давления.

Работа внешних и внутренних сил трения в реальном процессе перемещения учитывается

коэффициентом Шези, для идеального случая эти силы не учитываются и равны нулю.

Если выражение РСД разделить на $\gamma \delta V = \gamma \delta Q \delta t$, т.е. соотнести его к единице веса перемещаемого объёма (что и сделал Д. Бернулли) за время δt , то выражение примет вид уравнения Бернулли:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{u_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g}$$

Так как интересующие объёмы жидкости равны, то равны и слагаемые их составляющие. Следовательно, для любой точки жидкости вдоль рассматриваемого живого сечения в токе фарватера в перемещаемом объёме справедливо утверждение:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const}$$

Связь величин z , p и u и для интересующей струйки имеет строгое конкретное значение, например, принимает значение A_1 , то для любой другой струйки (потока) это значение будет иметь своё значение A_2 отличное от A_1 , $A_1 \neq A_2$.

Зная постоянную величину A для исследуемого потока (например, в морфостворе №1), то для другого морфоствора (например, - №2) при известных из трёх величин (z , p , u) какие либо две величины (а в нашем случае известны всегда z и p , определяется третья величина – u скорость потока).

В программе это уравнение является основополагающим и используется в интегральной форме, соединяя параметры потока в дискретных сечениях морфостворов, где связующим параметром всего потока волны прорыва является максимальный расход, через тарировку которого, используя методы математической физики сглаженных функций, в программе выполняется триединый закон сохранения Массы, Энергии и Количества движения.

В программе можно задавать минимально три створа, но точность расчёта будет выше при исходных данных 4 и более створов. Алгоритм итерационной сходимости интегральной функции получаемых параметров потока (скорость, время подхода, глубина максимального значения прецизионного горизонта и др.) получают конечное значение при трёх стадийной оценки действительных и мнимых корней уравнений взвизомсвязанных параметров, т.е. значения в первом створе имеют конечное значение, когда итерационная проверка расчёта перешла на пятый створ. Иначе – параметрические конечные данные по первому створу проверяются и согласуются с данными 2-го, 3-го и 4-го створов.

Стартовое условие для 1 створа в программе осуществляется с допущением формы прорана, принимаемой прямоугольной (шириной b и высотой H), для которой справедливы следующие соотношения:

$$\begin{cases} Q = \omega \vartheta \\ \omega \propto bH \\ \vartheta \propto \sqrt{2gH} \\ Q \propto (bH)\sqrt{2gH} \\ Q = mbH\sqrt{2gH} \end{cases}$$

где ω – площадь живого сечения через проран, ϑ – скорость потока, H – геометрический напор, $\propto$ – знак пропорциональности, m – коэффициент пропорциональности. Внося H в подкоренное выражение и учитывая влияние скорости подхода потока к прорану со стороны ВБ, с заменой гидравлического напора (H) полным напором (H_0) $H \rightarrow H_0$, получаем:

$$Q = mbH\sqrt{2gH} = mb\sqrt{2gH^3}, Q = mb\sqrt{2gH_0^3}$$

где m – коэффициент расхода потока через проран прямоугольной формы.

При отсутствии данных о скорости потока в живом сечении прорана ϑ_0 в расчётной модели используется геометрический напор на водосливе - H .

Ниже приведена принципиальная расчётная схема водослива в принятых обозначениях учебника «Гидравлика» [1], который должен стать настольной книгой для пользователей программы.

Обозначения на рисунке:

b – ширина водослива, ширина прорана, м;

δ – толщина водосливной стенки, толщина тела плотины, м;

c_B и c_H – высота водосливной стенки (прорана) со стороны ВБ и НБ, м;
 B_0 – ширина русла, в котором образовался проран, м;
 Z – геометрический перепад определяется разностью горизонтов воды в ВБ и НБ, $Z = \nabla ГВБ - \nabla ГНБ$, м;
 h_H – глубина реки в НБ, м;
 v_0 – скорость потока в сечении В-В, м/с;
 v – скорость потока в сечении водослива (прорана), м/с;
 H – геометрический напор на водосливе, в сечении прорана, м;
 L_B – расстояние от верховой грани водосливной стенки в сечении В-В, в котором начинается заметный спад свободной поверхности, обусловленные наличием прорана, условие расстояния заметного спада $L_B = (3 \div 5)H$, м;
 H_0 – полезный напор на водосливе в проране, напор с учётом скорости подхода v_0 , $H_0 = H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}$, м;
 Z_0 – полный перепад на водосливе (проране) с учётом скорости подхода v_0 , м;
 ω – площадь живого сечения водосливе (площадь водослива), м².

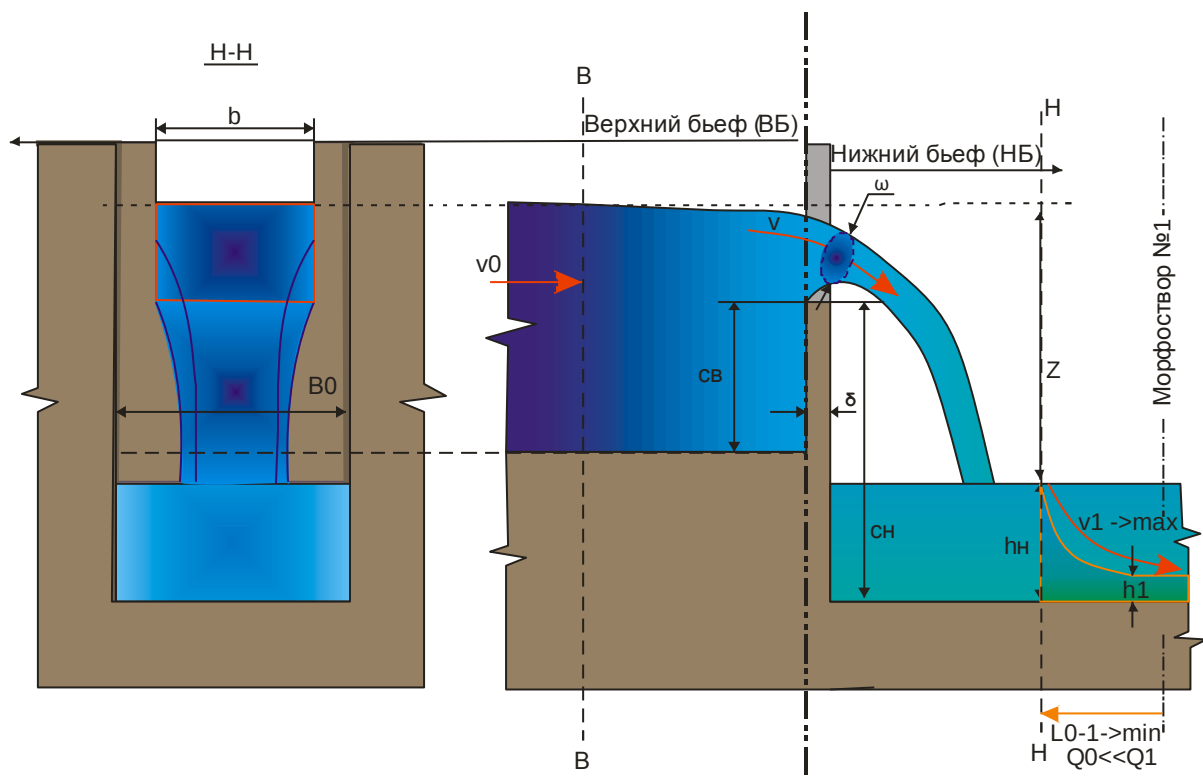
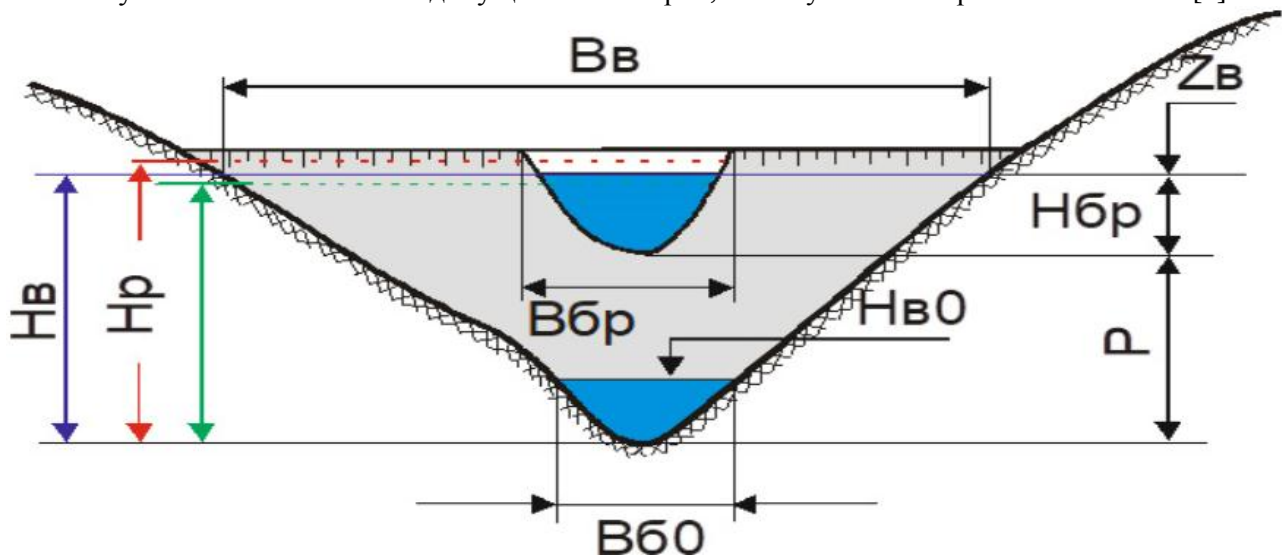


Рисунок 1. К обоснованию допущения $H_{60}/H_p > 0,375$ в нулевом створе в обозначениях [1]



Исполнил: Директор центра мониторинга и прогнозирования чрезвычайных ситуаций и моделирования катастроф (ЦМПЧС и К) к. т. н., доцент Чурбанов О.И. (495)724-8760

Рисунок 2. Обозначения, принятые в программе «Волна», тождественных с обозначениями [1]: $B_0 \equiv B_{б0}$ ширина русла реки в НБ; $b \equiv B_{бр}$ ширина водослива, ширина прорана; $h_n \equiv H_{в0}$ – глубина реки в НБ; $c_b \equiv H_p$ - высота водосливной стенки (прорана) со стороны ВБ (глубина водохранилища у плотины в момент разрушения); $c_n \equiv P$ - высота водосливной стенки (прорана) со стороны НБ (высота прорана); $Z \equiv Z_b$ - геометрический перепад (отметка уреза воды водохранилища в момент разрушения); B_b – ширина водохранилища у плотины (в модели [1] не используется).

При вводе данных по нулевому створу при выполнении условия $H_{б0}/H_p > 0,375$ отличных для реальных условий водослива через проран авторами программы «Волна» рекомендуется ввести значение $H_{б0} = 0,376 H_p$. Тем самым соблюдаются гарантированные условия незатопленного водослива – гладкое скольжение по поверхности ГНБ, отсутствуют прыжок, сбойность потока и в рамках допущений в ММ получаем необходимые данные для интегрирования параметров потока волны прорыва на первом морфостворе. Фактически данным ограничением ($H_{б0}/H_p > 0,375$) выполняются условия для неподтопленного водослива с широким порогом, где удельный расход $q_{max} = f(h)$ достигает максимального значения, h - глубина напора воды вдоль порога прорана по всей толщине тела дамбы, которая устанавливается для максимального удельного расхода по правилу Беланже $h = \frac{2}{3} H_0$. В ММ полезный напор (H_0) с учётом скорости подхода воды к прорану пока не учитывается и принимается по геометрическому напору.

В последующих версиях авторы программы учтут пожелания экспертов и добавят графическую интерпретацию расчётной схемы в нулевом створе (дамба, ГУ, продольное сечение прорана) с параметрами потока.

При выполнении рекомендации $H_{б0} = 0,376 H_p$ и максимально возможном приближении морфоствора №1 к ГУ (дамбе со стороны НБ), в котором вводятся реальные значения глубины реки, скорости течения и горизонталей, формирующие профиль, ошибка в расчётах практически исключается. Объём поступающей жидкости из прорана успевает распределиться в свободном пространстве долины реки, ограниченной плотиной и вертикальной плоскостью морфоствора №1 и горизонт волны прорыва (высота волны прорыва) принимает своё пиковое расчётное значение. Данные, полученные по сечению морфоствора №1, в интегральное уравнение Бернули передаются для расчета состояния по последующий створ. Последующая корректировка значений параметров потока в морфостворе №1 осуществляется трижды: при данных во втором и третьем морфостворах.

Интерфейс программы позволяет вводить неограниченное количество морфостворов, горизонталей более трёх по каждому берегу в парном (четном) и не парном (нечётном) варианте, что существенно повышает точность расчётной модели, её гибкость к уточнению зоны затопления на любом интересующем участке вводом дополнительных морфостворов.

Использование итерационного интегрального метода позволяет осуществлять расчеты практически в поймах реки с сухим руслом, требуется задать данные псевдо ручейка шириной и глубиной в несколько сантиметров.

Многолетний опыт эксплуатации данной ММ показал её устойчивую работу по вводу данных как с картографических материалов, так и уточненных данных по полевому нивелированию. Ряд пользователей, как в России, так и за рубежом (в частности в Австралии, Мексике, Бразилии, Китае) используют для ввода данных панорамную съёмку с GPS фиксацией с использованием БПЛА и достигают высокую точность расчёта зон затопления.

Допущения и ограничения в модели

1. Поток волны прорыва однофазный:

- захват песчинок – наносов;
- переход воды в твердое или газообразное состояние;
- аэрация потока (захват потоком воды, движущейся с большими скоростями, насыщается проникающими в него снаружи пузырьками воздуха и растворение воздуха в воде);
- образование в воде кристаллов льда (при повышении давления или при снижении температуры в воде могут зарождаться кристаллы льда – система переходит в двухфазную: вода и лёд);
- образование в воде областей (разрывов), заполненных воздухом и парами воды при кипении и кавитации (сплошность нарушается: система двухфазная: вода плюс воздушные

пузыри);

не учитывается

2. Применена модель для механики сплошной среды, где жидкость (вода) при оценке сил действующих на неё и её напряжённых состояний:

- свойствам жидкости сплошной среды теоретически описанные приписываются свойства, в том числе полученные экспериментально для действительной жидкости;

- внешние силы рассматриваются как

А) силы массовые (объёмные силы) – действующие на все частицы всего объёма, величина которых пропорциональна массе жидкости для случая однородной среды (жидкость имеет везде одинаковую плотность $\rho = const$). В частном случае интенсивность объёмных сил (собственный вес жидкости, сил инерции) принимается равной во всех точках пространства, занятого жидкостью, величина объёмной силы F , приложенной к данному объёму V , определяется как $F = M\phi$ или $F = V\phi_0$,

где M – масса V объёма жидкости, $\phi(\phi_0)$ интенсивность (плотность распределения поля объёмных сил физическая сущность которого является ускорение) рассматриваемой внешней силы: ϕ_0 – удельной объёмной силой, отнесённой к единице объёма жидкости и ϕ – удельной объёмной силой, отнесённой к единице массы жидкости.

Б) силы поверхностные – P (атмосферное давление, силы трения), приложенные к поверхности площади S , ограничивающий рассматриваемый объём, которые принимаются равномерно распределёнными пропорциональными площади этой поверхности. Величина этих сил определяются как $P = S\sigma$,

где σ – поверхностные напряжения, которые для реальной жидкости разлагаются на ортогональные (нормальные) σ_n и касательные – τ .

Применительно к жидкости в напряжённом состоянии, рассматриваемой как сплошная среда, применяются зависимости сопротивления материалов для твердого тела. В программе применяется частный случай – исключаются касательных напряжений, а пространственная оценка поверхностных сил представлена трёхосным эллипсоидом главных напряжений ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$).

Тогда при отсутствии касательных напряжений модуль полного напряжения в любой точке выделенного объёма не зависит от ориентации площадки действия. Допущение применяется в расчёте коэффициента шероховатости (Шези). В соответствии с Антуаном Шези французским инженером-гидравликом, служивший в железнодорожном ведомстве и построившего множество мостовых речных переходов, в 1759 году опубликовал уравнение для определения скорости водного потока в речных руслах описывается известным уравнением $v_k = C_{ш}\sqrt{R_k I_k}$,

где v_k – средняя (по живому сечению) скорость водного потока, м/с;

$C_{ш}$ – параметр Шези, определяемый по функции $C_{ш} = f(n_{ш}; R_k), м^{0,5}/с$;

$n_{ш}$ – коэффициент шероховатости русловой поверхности канала;

R_k – гидравлический радиус живого сечения потока в канале, м;

I_k – уклон дна и (или) водной поверхности в тракте (русле) канала

По усыновлённым величинам средней скорости водного потока $\bar{v}_k$, гидравлического радиуса R_k и уклона канала I_k в гидрлотке определялось опытное значение скоростного параметра Шези $C_{оп} = \bar{v}_k \sqrt{R_k I_k}$, где $C_{оп}$ – опытное значение скоростного параметра Шези, $м^{0,5}/с$.

3. Полезный напор в нулевом створе ГУ – H_0 , учитывающий скорость подхода воды к прорану не учитывается, принимается равным геометрическому напору – H .
4. Потери напора по длине вдоль прорана не учитываются.
5. Боковое сжатие на поток от стенок вдоль прорана не учитывается.
6. Коэффициент расхода в нулевом створе $m = 0,375$ принят для наклонной грани со стороны ВБ для $\text{ctg}(45^\circ)=1$.
7. Форма прорана принята прямоугольной (шириной b и высотой H).

Список рекомендуемой литературы для самостоятельного изучения:

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика. Л.: Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1982. - 672 с
2. Чугаев Р.Р. Гидротехнические сооружения. Часть 1. Глухие плотины. Агропромиздат, 1985. - 318 с.
3. Чугаев Р.Р. Гидротехнические сооружения. Часть 2. Водосливные плотины. Агропромиздат, 1985. - 302 с.
4. Чугаев Р.Р. Земляные гидротехнические сооружения. Теоретические основы расчета. - Л.: Энергия, 1967. - 460 с.
5. Шелутко В.А. Численные методы в гидрологии. Л.: Гидрометеиздат, 1991. - 238 с.
6. Чалов Р.С. Русловые процессы (русловедение): учебное пособие. - М. : ИНФРА-М, 2016. - 565 с.
7. Спицын И.П., Соколова В.А. Общая и речная гидравлика. Л.: Гидрометеиздат, 1990, 358 с.
8. Сикан А.В., Орлов В.Г. Основы инженерной гидрологии. Учебное пособие. РГГМУ, Санкт-Петербург, 2003. 187 с.
9. Рош М. Гидрология суши. Л.: Гидрометеиздат, 1971. - 183 с.
10. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. - 618 с.
11. Попов И.В. Загадки речного русла. Л.: Гидрометеиздат, 1977. - 168 с.
12. Лучшева А.А. Практическая гидрология. Л.: Гидрометеиздат, 1976. - 440 с.
13. Клибашев К.П., Горошков И.Ф. Гидрологические расчеты. Л.: Гидрометеорологическое издательство. 1970. - 460 с.
14. Железняков Г.В. Пропускная способность русел каналов и рек. Л.: Гидрометеиздат, 1981. - 308 с.
15. Евстигнеев В.М. Речной сток и гидрологические расчеты. Учебник. — М.: МГУ, 1990. - 304 с.
16. Гришанин К.В. Динамика русловых потоков. Л.: Гидрометеиздат, 1979. - 312 с.
17. Горошков И.Ф. Гидрологические расчеты. Ленинград: Гидрометеиздат, 1979 г. - 433 с.
18. Владимиров А.М. Гидрологические расчеты. Л.: Гидрометеиздат, 1990. - 365 с.
19. Нетрадиционные гидравлические прикладные задачи и технологии, Научное издание, Бройд И.И., 2007.



Генеральный директор ООО НПП №Титан-Оптима»

МП

«31» июля 2025 г.

Л.М. Домрачева